

Zur theoretischen Bestimmung der Neutronenreaktionsquerschnitte nach dem optischen Kernmodell

Von P. MITTELSTAEDT

Aus dem Max-Planck-Institut für Physik, Göttingen
(Z. Naturforsch. 11 a, 663—676 [1956]; eingegangen am 1. Juni 1956)

Die Berechnung der Neutronenreaktionsquerschnitte liefert bei Verwendung eines kastenförmigen Potentials $V=V_0(1+i\zeta)$ mit energieunabhängigem V_0 und ζ und bei Energien $E > 3$ MeV keine ausreichende Übereinstimmung mit den Experimenten. Eine solche Übereinstimmung kann in befriedigender Weise einerseits erreicht werden durch Verwendung eines Potentials mit diffuser Oberfläche, andererseits durch Berücksichtigung der Energieabhängigkeit von ζ . Die genaue Form der Funktion $\zeta(E)$ wird durch Untersuchung der mittleren freien Weglänge eines Neutrons im Kern gewonnen. Genaue Rechnungen wurden für die Kerne Fe, Au und Pb im Energiebereich von 1 bis 14 MeV durchgeführt.

I. Einleitung und Problemstellung

Während man ursprünglich versucht hatte, den Kern durch ein reelles Potential zu beschreiben, in dem sich die Nukleonen nahezu frei bewegen können (THOMAS-FERMI-Modell), erwies sich jedoch bei dem Versuch, die verschiedenen Wirkungsquerschnitte des Atomkernes in diesem Bilde zu interpretieren, das Einteilchenmodell als unbrauchbar. Insbesondere führten die experimentell gefundenen großen Term-dichten bei schweren Kernen (BOHR¹, 1936) dazu, ein Modell zu entwerfen, das dem Einteilchenmodell extrem entgegengesetzt ist. Nach diesem sog. Compound-Modell bildet ein in den Kern eindringendes Neutron infolge der sehr starken Wechselwirkung schon nach Durchlaufen einer sehr kleinen Wegstrecke (10^{-13} cm) mit den Nukleonen des Targetkernes einen Zwischenkern, den sog. Compound-Kern. Der Zerfall dieses Compound-Kernes soll in einer vom Anregungsprozeß unabhängigen Weise erfolgen. In den Reaktionsquerschnitten äußert sich dies dadurch, daß eine Zerlegung in zwei Faktoren vorgenommen werden kann, den Querschnitt zur Bildung des Compound-Kernes und die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der Compound-Kern in der betrachteten Weise zerfällt^{2,4}. Die Energieabhängigkeit der Querschnitte nach diesem Modell zeigt einen monoton ansteigenden Verlauf.

Erst in den letzten Jahren ist es jedoch gelungen, den Verlauf der Neutronenquerschnitte (totale und elastische Querschnitte) in einem großen Energiebereich bis zu 14 MeV experimentell zu bestimmen. Bei Energien von 1 MeV an gelingt es nicht mehr, die einzelnen Resonanzen voneinander zu trennen, einmal wegen der Ungenauigkeit der Meßapparatur, andererseits weil bei diesen Energien die Breiten der meisten Einzelresonanzen so groß sind, daß infolge der gegenseitigen Überlappung eine genaue Trennung sehr schwierig sein würde. Die Meßergebnisse stellen daher Querschnitte dar, die bereits über zahlreiche Einzelresonanzen gemittelt sind. Nach dem Compound-Modell würde man für die Energieabhängigkeit dieser gemittelten Querschnitte einen monotonen Verlauf erwarten. In Wirklichkeit zeigen jedoch die totalen Neutronenquerschnitte eine völlig andere Struktur. Es treten sog. Giant-Resonanzen von 2 bis 3 MeV Breite auf, ähnlich wie man sie bei der Streuung an einem Potential (Einteilchenmodell) erwarten würde.

Es ist daher in den vergangenen Jahren zur Erfassung der verschiedenen Neutronenquerschnitte eine andere Vorstellung ausgearbeitet worden, das sog. optische Modell³⁻⁸, das in gewisser Hinsicht einen Kompromiß zwischen Einteilchenmodell und Compound-Modell darstellt. Die über die Einzelresonanzen des Compound-Kernes gemittelten Quer-

¹ N. BOHR, Nature, Lond. 137, 344 [1936].

² H. FESHACH u. V. F. WEISSKOPF, Phys. Rev. 76, 1550 [1949].

³ H. FESHACH, D. C. PEASLEE u. V. F. WEISSKOPF, Phys. Rev. 71, 145 [1947].

⁴ I. M. BLATT u. V. F. WEISSKOPF, Theoretical Nuclear Physics, New York 1952.

⁵ H. FESHACH, C. E. PORTER u. V. F. WEISSKOPF, Phys. Rev. 96, 448 [1954].

⁶ H. L. FRIEDMANN u. V. F. WEISSKOPF, NIELS BOHR and the Development of Physics, London 1955.

⁷ V. F. WEISSKOPF, Int. Conf. on the peaceful uses of Atomic Energy P/830.

⁸ A. M. LANE, R. G. THOMAS u. E. P. WIGNER, Phys. Rev. 98, 693 [1955].



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitalized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

schnitte (sog. Groß-Struktur) werden dabei erklärt durch die Streuung an einem komplexen Potential. Der Imaginärteil des Potentials bewirkt, daß neben der reinen Streuung auch Absorption möglich ist. Die Resonanzen dieses optischen Potentials werden identifiziert mit den obenerwähnten Giant-Resonanzen.

Dieses Modell vereinigt wesentliche Züge der beiden früheren Vorstellungen (Einteilchenmodell und Compound-Modell). Während die Verwendung eines Potentials die experimentellen Giant-Resonanzen zu erklären vermag, kann auch die Vorstellung des Compound-Modells teilweise beibehalten werden. Ein in den Kern eindringendes Neutron wird wegen des Imaginärpotentials mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit absorbiert, d. h. es bildet mit dem Targetkern einen Compound-Kern. Der wesentliche Unterschied zur alten BOHRschen Theorie ist aber der, daß sich der Compound-Kern nicht immer dann bildet, wenn ein Neutron in den Kern eindringt, sondern nur mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit.

Paßt man das Potential den empirisch gefundenen Querschnitten möglichst gut an, so erhält man für den Imaginärteil etwa 3% des Realteils (bei Energien bis 3 MeV). Ein Neutron wird daher im Mittel eine Strecke von etwa 10^{-12} cm durchlaufen, ehe es zur Bildung eines Compound-Kernes kommt. In dieser hohen Transparenz muß die wesentliche Modifikation des optischen Modells gegenüber der alten Compound-Theorie gesehen werden, nach der sich der Compound-Kern unmittelbar nach dem Eindringen des Neutrons bildet. Es wird sich allerdings im folgenden (Kap. II) zeigen, daß der Grad der Transparenz, d. h. das Verhältnis von Real- und Imaginärpotential, nicht konstant ist, sondern noch von der Energie des einfallenden Neutrons abhängt. Während die Transparenz in dem genannten Energiebereich sehr hoch ist, wird schon von 10 bis 15 MeV an das Imaginärpotential so groß sein, daß kaum ein merklicher Unterschied zum alten Compound-Modell mehr besteht.

Entsprechend den beiden Komponenten, die im optischen Modell enthalten sind, zerfallen die gemittelten Querschnitte begrifflich und mathematisch in zwei Summanden. Für den elastischen Querschnitt $\bar{\sigma}_e$ ergibt sich eine Aufspaltung in

$$\bar{\sigma}_e = \sigma_{fe} + \sigma_{ce}.$$

σ_{fe} stellt den „formelastischen“ Querschnitt⁹ dar. In ihm sind diejenigen elastischen Prozesse erfaßt, bei denen das in den Kern eindringende Neutron sich auf einer Einteilchenbahn bewegt hat und den Kern wieder verlassen hat, ohne daß es zur Bildung eines Compound-Kernes gekommen ist. Der zweite Summand, der „compound-elastische“ Querschnitt, erfaßt dagegen die Prozesse, bei denen das eindringende Neutron einen Compound-Kern bildet, bei dessen Zerfall wieder ein Neutron der gleichen Energie emittiert wird.

In ähnlicher Weise zerfällt der Reaktionsquerschnitt $\bar{\sigma}_r$ in

$$\bar{\sigma}_r = \sigma_c - \sigma_{ce}.$$

Dabei umfaßt der „Compound-Querschnitt“ σ_c alle diejenigen Prozesse, bei denen ein Compound-Kern gebildet wird. Darin inbegriffen sind auch die eben erwähnten compound-elastischen Vorgänge, die aber zu σ_c hinzugerechnet werden müssen. Um den Reaktionsquerschnitt $\bar{\sigma}_r$ zu erhalten, muß also σ_{ce} von σ_c abgezogen werden. Wenn die Anzahl der Möglichkeiten für den Zerfall des Compound-Kernes groß ist (das wird bei hohen Energien und schweren Kernen sicher der Fall sein), so wird der compound-elastische Querschnitt sehr klein sein im Verhältnis zum Querschnitt aller übrigen Reaktionen (Reaktionsquerschnitt). Es ist daher oft möglich, σ_{ce} gegenüber $\bar{\sigma}_r$ zu vernachlässigen.

In der ursprünglichen Formulierung des optischen Modells durch FESHBACH, PORTER und WEISSKOPF⁵ wurde ein kastenförmiges komplexes Potential

$$V(r) = \begin{cases} V_0(1 + i\zeta) & r \leq R, \\ 0 & r > R \end{cases}$$

mit den konstanten Koeffizienten $V_0 = 42$ MeV, $\zeta = 0,03$, $R = 1,45 \cdot 10^{-13}$ cm $A^{1/3}$ verwendet. Mit diesem Modell wurden die totalen Neutronenquerschnitte in einem Energiebereich von etwa 1 bis 3 MeV berechnet und gute Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen gefunden. (Wegen des Formalismus vgl. Anh. I.) Die Compound-Querschnitte wurden ebenfalls für einige Atomkerne, jedoch nur für 1 MeV berechnet. Der Vergleich dieser berechneten σ_c -Werte bei 1 MeV mit den experimentellen Daten von $\bar{\sigma}_r$ ¹⁰ zeigt nach neueren Rechnungen, daß eine Übereinstimmung der gerechneten mit

⁹ „formelastisch“ wird hier als Übersetzung von „shape-elastic“ verwendet.

¹⁰ Es wird in diesen Arbeiten stets σ_{ce} gegenüber σ_c vernachlässigt, da die theoretische Bestimmung von σ_{ce} mit sehr großen Schwierigkeiten verbunden ist (vgl. Anh. I).

den gemessenen Werten für die meisten Atomgewichte durch eine geringfügige Modifikation der obengenannten Konstanten V_0 , R und ζ erreicht werden kann.

Die Berechnung der σ_c -Querschnitte bei höheren Energien (zwischen 1 und 20 MeV) nach diesem Modell, die in den genannten Arbeiten nicht durchgeführt wurde, zeigt jedoch keine Übereinstimmung mehr mit den Experimenten. Die experimentellen Querschnitte (Anm. ^{10a}, ^{31–35}) steigen monoton mit der Energie an, ohne daß Giant-Resonanzen bemerk-

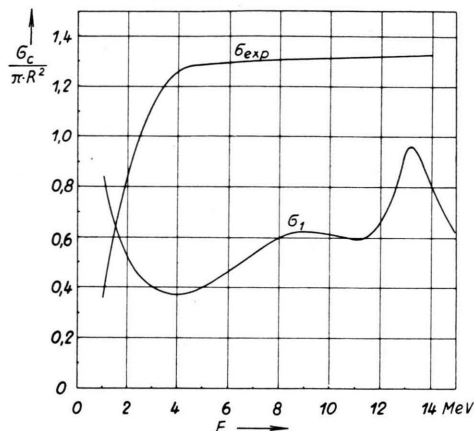


Abb. 1. ^{26}Fe ; $R = 1,45 \cdot 10^{-13} \text{ cm A}^{1/3}$.

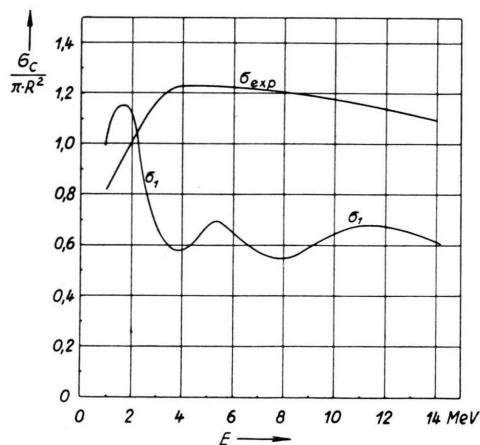


Abb. 2. ^{197}Au ; $R = 1,45 \cdot 10^{-13} \text{ cm A}^{1/3}$.

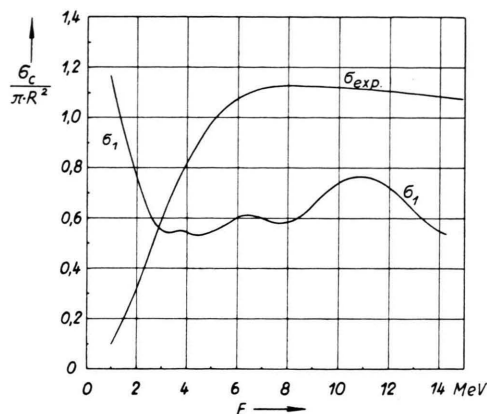


Abb. 3. $^{208}_{82}\text{Pb}$; $R = 1,45 \cdot 10^{-13} \text{ cm A}^{1/3}$.

bar wären. In den Abb. 1, 2 und 3 ist zum Vergleich für die Kerne Fe, Au und Pb die Energieabhängigkeit der experimentellen¹¹ und der berechneten Werte σ_1 für den Reaktionsquerschnitt angegeben¹². Die Berechnung von σ_c erfolgte mit dem oben angegebenen Potential und den Konstanten $V_0 = 42 \text{ MeV}$, $\zeta = 0,03$, $R = 1,45 \cdot 10^{-13} \text{ cm A}^{1/3}$ (vgl. Anh. II)¹³.

Während bei 1 MeV noch angenähert Übereinstimmung besteht, ist dies bei $E > 1 \text{ MeV}$ keineswegs mehr der Fall. Die experimentellen Daten liegen stets oberhalb der berechneten Werte¹⁴. Außerdem steigt die experimentelle Kurve monoton mit der Energie an, während die theoretische Kurve abnimmt, und, wie es wegen der hohen Transparenz zu erwarten ist, stark ausgeprägte Giant-Resonanzen zeigt. Die Diskrepanz zwischen theoretischen und experimentellen Querschnitten wird dabei mit wachsender Energie immer größer.

An Hand dieser Diskrepanzen sollen im folgenden zwei Korrekturen des obengenannten optischen Modells besprochen werden, die es ermöglichen, die schlechte Übereinstimmung von Theorie und Experiment bei den Reaktionsquerschnitten zu beseitigen. Es handelt sich dabei

1. um die Verwendung eines energieabhängigen Imaginärpotentials $\zeta(E)$ im Gegensatz zu dem

^{10a} P. C. GUGELOT, Phys. Rev. **87**, 525 [1952]. — BURKING U. WRIGHT, Phys. Rev. **82** [1952]. — B. L. COHEN U. R. W. NEIDIGH, Phys. Rev. **93**, 282 [1954]. — D. S. SAXON U. R. D. WOOD, Phys. Rev. **95**, 577 [1955].

¹¹ Die experimentellen Daten sind den Angaben von HUGHES entnommen.

¹² Statt σ_c ist stets $\sigma_c/\pi R^2$ aufgetragen mit $R = 1,45 \cdot 10^{-13} \text{ cm A}^{1/3}$.

¹³ Wegen des hohen Atomgewichts und der großen Neutronenenergie war es notwendig, bis zur Drehimpulsquantenzahl $l=12$ aufzusummieren. Die hierbei und im folgenden aufgetretenen numerischen Probleme wurden mit der Göttinger elektronischen Rechenmaschine G 1 gelöst.

¹⁴ Lediglich bei 1 MeV scheinen die Verhältnisse umgekehrt zu liegen. Dies rührt jedoch daher, daß die Konstanten V_0 , R , ζ so gewählt wurden, daß im Mittel über alle Kerne eine möglichst gute Anpassung an die Experimente erzielt wurde. Bei den hier speziell untersuchten Kernen liegen die experimentellen Werte über den theoretischen, während es bei anderen Kernen umgekehrt ist.

ursprünglich verwendeten konstanten Wert (vgl. dazu auch Anm. 6, 7, 15–21);

2. um die Verwendung einer diffusen Oberfläche für das optische Potential an Stelle des bisher gebrauchten Kastenpotentials (vgl. dazu auch Anm. 15, 22–26).

Es wird weiterhin möglich sein, die erste dieser Korrekturen aus anderen Eigenschaften des Atomkernes verständlich zu machen (durch Untersuchung der mittleren freien Weglänge), während die diffuse Oberfläche hier nur als eine phänomenologische Korrektur eingeführt werden soll.

Der Zusammenhang mit anderen theoretischen und experimentellen Gründen für eine solche diffuse Oberfläche soll hier nicht näher untersucht werden.

II. Allgemeines zur Bestimmung der Neutronenreaktionsquerschnitte

Die mit einem optischen Potential der oben angegebenen Form bestimmten Reaktionsquerschnitte hängen in sehr enger Weise mit dem Imaginärpotential ζ zusammen. Da ζ angenähert ein Maß für die Absorption im Kerninneren darstellt, so wachsen in einem gewissen Bereich die σ_c -Querschnitte mit ζ an. Würde ζ als Funktion der Energie mit E zunehmen, so wäre zu erwarten, daß sich die theoretisch berechneten σ_c -Werte besser als bisher (Abb. 1, 2, 3) an die Experimente anpassen²⁷. Eine mit der Energie ansteigende Funktion $\zeta(E)$ kann andererseits verständlich gemacht werden durch Untersuchung der mittleren freien Weglänge des eindringenden Neutrons im Targetkern.

Es soll daher im folgenden Abschnitt zunächst der Zusammenhang von ζ mit der mittleren freien Weglänge λ erörtert werden. Im Anschluß daran soll aus den Experimenten diejenige Funktion $\zeta(E)$ und damit dann auch eine Funktion $\lambda(E)$ ermittelt werden, mit der bei den betrachteten Reaktionsquerschnitten Übereinstimmung von Theorie und Experiment erreicht werden kann. Schließlich soll durch

eine gaskinetische Berechnung der freien Weglänge eines einfallenden Neutrons im Kern gezeigt werden, wie sich diese zunächst phänomenologische Funktion $\lambda(E)$ physikalisch interpretieren läßt.

1. Der Zusammenhang zwischen dem Imaginärteil des Potentials und der mittleren freien Weglänge des eindringenden Neutrons im Kern

In der optischen Theorie des Atomkerns wird ein in den Kern eindringendes Neutron im Mittel nach Durchlaufen eines Weges λ_A absorbiert. Man wird dieses etwa dadurch festlegen können, daß man fordert, die Wellenfunktion des einfallenden Neutrons soll nach Durchlaufen der Strecke λ_A im Innern des Kerns auf den e -ten Teil ihres Wertes am Kernrand abgeklungen sein (siehe auch Anm. 6, 7).

Ein anderer Weg, eine Länge innerhalb des Kerns zu bestimmen, auf der das einfallende Neutron in Wechselwirkung mit den einzelnen Nukleonen des Kerns tritt, besteht darin, daß man die statistische freie Weglänge λ untersucht, die in dem als Nukleongas aufgefaßten Kern von dem Einfallneutron durchlaufen werden muß, bis (im Mittel) ein Stoß mit einem der im Kern vorhandenen Nukleonen stattfindet. Aus der statistischen Theorie läßt sich dann leicht eine Beziehung zwischen λ und der Energie E des einfallenden Teilchens herleiten.

Setzt man nun das aus dem optischen Modell berechnete λ_A gleich mit der statistischen freien Weglänge, nimmt also an, daß die Absorption eines Neutrons im Kern sich genau dann ereignet, wenn dieses Neutron mit einem Nukleon des Kerns zusammenstößt, so läßt sich aus diesem Vergleich eine Beziehung zwischen dem Imaginärteil des optischen Potentials und der Energie E des einfallenden Neutrons herleiten.

Um die Länge λ_A zu bestimmen, betrachten wir an Stelle des wirklichen Kerns ein einfaches eindimensionales Modell. Es sei:

$$V = \begin{cases} -V_0(1+i\zeta) & r \leq 0, \\ 0 & r > 0. \end{cases} \quad (\text{II, 1})$$

¹⁵ CULLER, FERNBACH u. SHERMAN (unveröffentlicht).

¹⁶ C. C. MORRISON, M. MUIRHEAD u. W. G. V. ROSSER, Phil. Mag. **44**, 1326 [1953].

¹⁷ A. M. LANE u. C. F. WANDEL, Phys. Rev. **98**, 1554 [1955].

¹⁸ W. HEISENBERG, Ber. Sächs. Akademie **89**, 369 [1937].

¹⁹ M. L. GOLDBERGER, Phys. Rev. **74**, 1269 [1948].

²⁰ Y. YAMAGUCHI, Prog. Theor. Phys. **5**, 332 [1950].

²¹ S. HAYAKAWA, M. KAWAI u. K. KIKUCHI, Prog. Theor. Phys. **13**, 415 [1955].

²² G. EISENBERG u. R. M. IGO, Phys. Rev. **93**, 1039 [1954].

²³ D. M. CASE u. F. ROHRICH, Phys. Rev. **94**, 81 [1954].

²⁴ SAXON, WOOD, MELKANOFF u. NODVIC, Technical Report 7-12-55 (1955).

²⁵ MOHR, Proc. Phys. Soc. A **1955**, 430.

²⁶ Z. JANCOWITZ, Phil. Mag. **375**, 377 [1955].

²⁷ Die Berücksichtigung der Energieabhängigkeit von ζ würde auch bei der Erklärung anderer Experimente vorteilhaft sein, z. B. bei der Energie und Winkelverteilung der inelastischen Neutronenstreuung^{7, 15, 21, 22, 28}, worauf hier aber nicht näher eingegangen werden soll.

²⁸ P. C. GUGELOT, Phys. Rev. **81**, 51 [1951]. — E. R. GRAVES u. L. ROSEN, Phys. Rev. **89**, 343 [1953].

Der Bereich $r > 0$ stelle dabei den Außenraum des Kerns dar, der Bereich $r \leq 0$ das Innere. Eine von rechts einlaufende ebene Welle $\psi_E = e^{-ikr}$ wird an der Stelle $r = 0$ zum Teil reflektiert, zum Teil durchgelassen.

Berücksichtigt man, daß V ein komplexes Potential ist, so läßt sich die Wellenzahl im Innern des Kerns in $K = K_1 + iK_2$ zerlegen. Die in den Kern eindringende Welle u_i bekommt damit die Form

$$u_i(r) = a e^{-iK_1 r} e^{+K_2 r}.$$

Bei negativen Werten von r bedeutet der Faktor $e^{+K_2 r}$ eine Dämpfung der einlaufenden Welle. Die Länge λ_A , auf der die Wellenfunktion auf den e -ten Teil abgefallen ist, ist

$$\lambda_A = 1/K_2.$$

Wegen

$$K^2 = k^2 + \frac{2mV_0}{\hbar^2} (1 + i\zeta), \text{ wo } \frac{2mV_0}{\hbar^2} = K_0^2,$$

folgt

$$K_2 = \left\{ -\frac{k^2 + K_0^2}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(k^2 + K_0^2) + \zeta K_0^2} \right\}.$$

Unter der Voraussetzung, daß $\zeta \ll 1$, erhält man²⁹

$$K_2 = \frac{\zeta K_0^2}{2 \sqrt{k^2 + K_0^2}}. \quad (\text{II}, 2)$$

Die so bestimmte Absorptionslänge

$$\lambda_A = \frac{2 \sqrt{k^2 + K_0^2}}{\zeta K_0^2} \quad (\text{II}, 3)$$

identifizieren wir mit der statistischen freien Weglänge³⁰.

Die Funktion $\zeta(E)$ bzw. wegen Gl. (II, 3) auch $\lambda_A(E)$ läßt sich aus den Experimenten nicht unmittelbar entnehmen, sondern nur durch einen Vergleich der aus dem optischen Modell berechneten Querschnitte σ_c mit den experimentell gemessenen Querschnitten σ_r . Experimentell liegen für σ_r bei den Energien 1, 4, 10 und 14 MeV Messungen vor, zum Teil bei mehreren Kernen³¹⁻³⁵. Da die mittlere freie Weglänge λ und somit ζ eine Eigenschaft

der Kernmaterie ist, die nur sehr wenig vom Atomgewicht abhängen dürfte (λ wird im wesentlichen nur von der Dichte der Nukleonen abhängen), wird man für alle Kerne dieselbe Funktion $\lambda(E)$ bzw. $\zeta(E)$ erwarten dürfen. Die experimentellen Fehlergrenzen bewirken jedoch eine Unsicherheit in den ζ - bzw. λ -Werten, die man aus den Experimenten bestimmt. Solche Variationsbreiten $\Delta\lambda$ für $\lambda(E)$, wie sie sich in der angegebenen Weise aus den Experimenten bestimmen lassen, sind in Übereinstimmung mit zahlreichen anderen Arbeiten^{5, 6, 32, 36} in Abb. 4 für die vier betrachteten Energiewerte durch Striche angegeben.

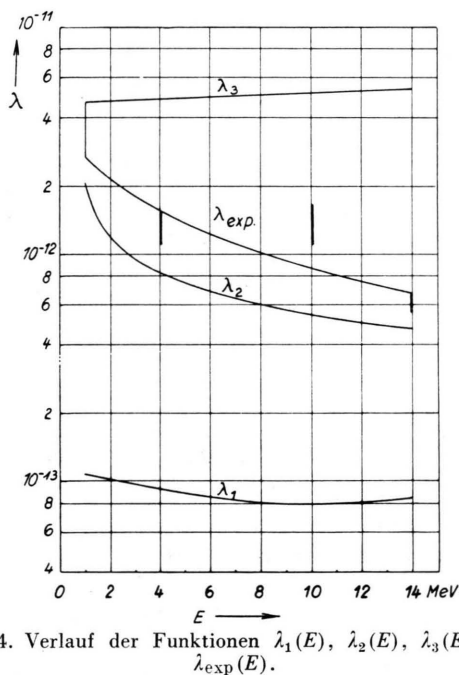


Abb. 4. Verlauf der Funktionen $\lambda_1(E)$, $\lambda_2(E)$, $\lambda_3(E)$ und $\lambda_{\text{exp}}(E)$.

Die ausgezogene Kurve $\lambda_{\text{exp}}(E)$ stellt dabei lediglich eine graphische Interpolation der Werte bei 1, 4, 10 und 14 MeV dar. Oberhalb 14 MeV liegen keine geeigneten Messungen vor, so daß dort nichts über λ_{exp} ausgesagt werden kann.

²⁹ Diese Größe K_2 wird von WEISSKOPF als Coalescence-Koeffizient bezeichnet.

³⁰ In der Definition der mittleren freien Weglänge haben wir uns hier einer Arbeit von WEISSKOPF⁷ angeschlossen. Es wäre jedoch vermutlich richtiger, den Abfall auf den e -ten Teil von $|\psi|^2$ als Maß für die freie Weglänge zu wählen, also $\lambda/2$ an Stelle von λ . In Abb. 4 würde dies die Kurven λ_{exp} und λ_3 um den Faktor 2 verkleinern, wodurch die Übereinstimmung zwischen λ_{exp} und der später berechneten Kurve λ_2 etwas verbessert würde.

In den Querschnitten σ_c dagegen würde sich dieser Faktor 2 kaum bemerkbar machen, da die Querschnitte (vgl.

dazu Kap. III) sehr unempfindlich gegenüber kleinen Veränderungen von ζ sind.

³⁶ Die genannten Arbeiten geben Variationsbreiten für den Coalescence-Koeffizienten K_2 und für den Imaginärteil $V_0 \zeta$ des Potentials an.

³¹ M. WALD u. H. H. BARSCALL, Phys. Rev. **93**, 1062 [1954].

³² M. WALT u. I. R. BEYSTER, Phys. Rev. **93**, 677 [1954].

³³ R. W. DAVIS u. E. R. GRAVES, Phys. Rev. **97**, 1205 [1955].

³⁴ PHILIPS, R. W. DAVIS u. E. R. GRAVES, Phys. Rev. **88**, 600 [1952].

³⁵ P. C. HUGHES u. J. A. HARVEY, Neutron Cross Sections, New York 1955.

Die entsprechenden ζ -Werte sind in Abb. 5 angegeben. Die wesentliche Eigenschaft dieser Funktionen $\lambda_{\text{exp}}(E)$ bzw. $\zeta_{\text{exp}}(E)$ ist der Abfall bzw. das Ansteigen mit wachsender Energie.

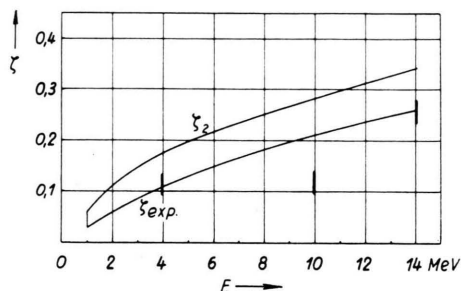


Abb. 5. Verlauf der Funktionen $\zeta_2(E)$ und $\zeta_{\text{exp}}(E)$.

Im Gegensatz dazu hat diejenige freie Weglänge λ_3 , die sich aus den bisherigen Ansätzen für das optische Modell ergibt ($\zeta = 0,03$), in Abhängigkeit von der Energie einen wesentlich anderen Verlauf als die eben angegebenen experimentellen Funktionen $\lambda_{\text{exp}}(E)$. In Abb. 4 ist $\lambda_3(E)$ als Kurve dargestellt; $\lambda_3(E)$ steigt mit der Energie an, und ist, wie bereits die Abb. 1, 2, 3 zeigen, nicht geeignet, um $\sigma_c(E)$ bei Energien $E > 1$ MeV zu berechnen.

Es soll daher versucht werden, den oben beschriebenen Verlauf von $\lambda_{\text{exp}}(E)$ zu verstehen durch Untersuchung der mittleren freien Weglänge des eindringenden Neutrons in der Kernmaterie.

Betrachtet man zunächst einmal den Kern als ein klassisches Gas, so ist die mittlere freie Weglänge durch

$$\lambda_1(E_L) = 1/\sigma(E_L) \varrho \quad (\text{II, 4})$$

gegeben, wenn ϱ die Dichte des Gases und $\sigma(E_L)$ den Stoßquerschnitt eines Nukleon – Nukleon-Stoßes bedeutet. E_L ist hier die Energie im L-System, also in dem System, in dem der Kern ruht. Die Dichte ϱ wollen wir aus der für schwere Kerne genähert richtigen Beziehung für den Kernradius $R = 1,4 \cdot 10^{-13}$ cm $A^{1/3}$ bestimmen.

Unter Verwendung der experimentellen Werte für $\sigma(E_L)$ ³⁷ und ϱ läßt sich die Funktion $\lambda_1(E)$ bestimmen (Abb. 4). Es zeigt sich, daß die so berechnete Funktion in zwei prinzipiellen Punkten von der Erfahrung abweicht:

1. Die mittleren freien Weglängen haben in dem betrachteten Maßsystem immer die Größenordnung $\lambda \approx 10^{-13}$, entsprechen also etwa der „Ausdehnung“ eines Nukleons. Der Vergleich mit dem Experiment zeigt, daß diese Werte in Wirklichkeit viel größer sein müßten.

2. Ein weiterer Widerspruch der berechneten $\lambda_1(E)$ -Funktion zu den experimentellen Daten ist darin zu sehen, daß theoretisch die λ -Werte mit wachsender Energie ansteigen, während in Wirklichkeit die freien Weglängen bei wachsender Energie gerade abzunehmen scheinen (Abb. 4). Diese beiden Abweichungen vom Experiment kommen dadurch zustande, daß der Kern als ein klassisches Gas behandelt wurde.

Es ist bereits früher von TOMONAGA³⁸ darauf hingewiesen worden, daß die Bestimmung der freien Weglänge in einem FERMI-Gas entscheidend durch das PAULI-Prinzip beeinflusst werden muß. Insbesondere gilt das bei Gasen, deren Temperatur sich nahe am absoluten Nullpunkt befindet. Da bei niederen Temperaturen die energetisch tiefen Zustände alle besetzt sind, so stehen für die Zustände, die ein Nukleon nach einem Stoß besetzen kann, viel weniger Möglichkeiten zur Verfügung, als dies in einem klassischen Gas der Fall wäre.

Bei einer Berechnung der mittleren freien Weglänge in einem FERMI-Gas muß, wie HEISENBERG gezeigt hat¹⁸, über alle wirklich erlaubten Stöße zwischen dem einfallenden Neutron und den Nukleonen des Kerns gemittelt werden³⁹. Das einfallende Neutron habe im Kern den Impuls \mathbf{f}_1 , wir betrachten den Stoß mit einem Nukleon des Kerns vom Impuls \mathbf{f}_2 . Nach dem Stoß mögen die beiden Nukleonen die Impulse \mathbf{f}_1' und \mathbf{f}_2' haben. Die Gesetze des elastischen Stoßes fordern

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2 &= \mathbf{f}_1' + \mathbf{f}_2', \\ |\mathbf{f}_1 - \mathbf{f}_2| &= |\mathbf{f}_1' - \mathbf{f}_2'|. \end{aligned}$$

Befindet sich der Kern im Grundzustand, das betreffende FERMI-Gas also am absoluten Nullpunkt, so schränkt das PAULI-Prinzip die möglichen Stöße ein: Ist k_m der Betrag des Grenzimpulses in dem FERMI-Gas, so muß

$$|\mathbf{f}_2'| > k_m, \quad |\mathbf{f}_1'| > k_m$$

³⁷ Unter Verwendung eines THOMAS-FERMISCHEN Potentialtopfes von 32 MeV Tiefe kann $\sigma(E_L)$ unmittelbar aus den Streuexperimenten bestimmt werden (Abb. 6).

³⁸ S. TOMONAGA, Z. Phys. **110**, 573 [1938].

³⁹ Vgl. dazu GOLDBERGER¹⁹. Ähnliche Ansätze zur Berechnung von $\lambda(E)$, wie sie im folgenden verwendet werden, liegen auch den Rechnungen von LANE und WANDEL¹⁷ zugrunde.

sein. Der Relativimpuls vor dem Stoß soll mit \mathbf{f} nach dem Stoß mit \mathbf{f}' bezeichnet werden. Der Querschnitt σ des betrachteten Stoßes hängt von \mathbf{f} und \mathbf{f}' ab. Da wegen der Stoßgesetze $|\mathbf{f}| = |\mathbf{f}'|$ ist, genügt es, σ in Abhängigkeit von $|\mathbf{f}|$ und ϑ zu betrachten, wenn ϑ der Winkel zwischen \mathbf{f} und \mathbf{f}' ist. Bezeichnen wir mit $d\Omega$ das Winkelement in Richtung \mathbf{f}' , so ist der differentielle Querschnitt $\sigma(\mathbf{f}, \mathbf{f}') d\Omega$. Den über alle möglichen Stöße, also über die möglichen Werte von \mathbf{f}_2 gemittelten Querschnitt $\bar{\sigma}$ erhält man durch Mittelbildung über das Produkt von $\sigma(\mathbf{f}, \mathbf{f}') d\Omega$ mit der Relativgeschwindigkeit $v = |\mathbf{f}_1 - \mathbf{f}_2|/M$ dividiert durch die Geschwindigkeit $v_1 = |\mathbf{f}_1|/M$ (M = Masse eines Nukleons)

$$\bar{\sigma} = \frac{3}{|\mathbf{f}_1| \frac{4}{3} \pi |\mathbf{f}_m|^3} \int d\mathbf{f}_2 \int d\Omega' 2 |\mathbf{f}| \sigma(\mathbf{f}, \mathbf{f}').$$

Die Funktion $\sigma(\mathbf{f}, \mathbf{f}')$, die im Schwerpunktsystem von $|\mathbf{f}|$ angenähert wie $1/|\mathbf{f}|^2$ abhängt, ist außerdem von ϑ abhängig. Für die Abhängigkeit von ϑ soll hier in Übereinstimmung mit früheren Arbeiten^{19, 21} und in geringer Abweichung von der Wirklichkeit als einfachster Ansatz

$$\sigma(\mathbf{f}, \mathbf{f}') = \sigma(|\mathbf{f}|)/4\pi$$

gewählt werden. $\sigma(|\mathbf{f}|)$ ist dabei der totale Querschnitt für ein Nukleon mit dem Relativimpuls $|\mathbf{f}|$.

Die Auswertung des Integrals unter Berücksichtigung des PAULI-Prinzips ergibt*:

$$\bar{\sigma} \approx \sigma(|\mathbf{f}|) \left\{ 1 - \frac{7}{5} \frac{E_m}{E} \right\} \quad E \geq 2 E_m,$$

$$\bar{\sigma} \approx \sigma(|\mathbf{f}|) \left\{ 1 - \frac{7}{5} \frac{E_m}{E} + \frac{2}{5} \frac{E_m}{E} \left(2 - \frac{E}{E_m} \right)^{5/2} \right\} \quad E \leq 2 E_m,$$

wenn wir $|\mathbf{f}_1|^2/2m = E$, $|\mathbf{f}_m|^2/2m = E_m$

setzen. Für einen Kern mit Z Protonen und N Neutronen ist dabei der gemittelte Querschnitt für ein einfallendes Neutron:

$$\bar{\sigma} = \frac{Z \bar{\sigma}_{pn} + N \bar{\sigma}_{nn}}{Z + N}.$$

Die Werte $\bar{\sigma}_{pn}$ lassen sich mit Hilfe der experimentellen Daten für σ_{pn} (Abb. 6) und den angegebenen Gleichungen leicht berechnen. Nimmt man weiter an, daß die Kernkräfte zu 50% aus Austauschkräften, zu 50% aus gewöhnlichen Kräften bestehen, wie es durch die Streuexperimente nahegelegt wird, so ist

σ_{nn} ein Viertel des entsprechenden Wertes von σ_{pn} (vgl. GOLDBERGER¹⁹).

Unter diesen Voraussetzungen und unter der Annahme $N=Z$, $E_M = 24$ MeV und $E_A = 8$ MeV lassen sich die mittleren freien Weglängen

$$\lambda_2(E_L) = 1/\bar{\sigma} \quad (\text{II, 5})$$

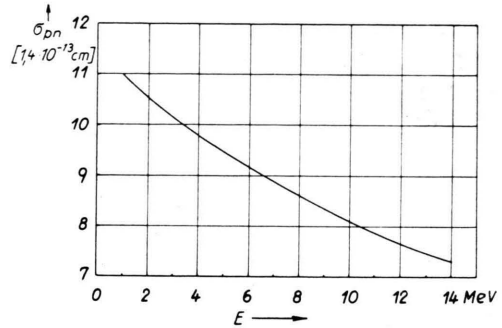


Abb. 6. Verlauf der Funktion σ_{pn} (experimentell).

in Abhängigkeit von der Energie E_L des einfallenden Neutrons berechnen. Die Funktion $\lambda_2(E)$ ist in Abb. 4 graphisch dargestellt. Es zeigt sich, daß die berechnete Funktion sowohl das richtige qualitative Verhalten besitzt (die Funktion nimmt mit zunehmender Energie ab) als auch quantitativ befriedigend mit den experimentellen Werten in Übereinstimmung steht. Im Rahmen des hier betrachteten Modells ist eine genauere Übereinstimmung mit λ_{exp} kaum zu erwarten, da λ_{exp} auch nicht eigentlich experimentelle Werte sind, sondern die mit Hilfe des optischen Modells (mit kastenförmigem Potential) aus den Experimenten bestimmten Daten. Daher wird λ_{exp} auch noch zu einem Teil mit den Fehlern dieses Modells behaftet sein. Außerdem sind die Unterschiede zwischen den mit λ_{exp} und λ_2 berechneten Querschnitten σ_c so klein, daß auch die mit λ_2 berechneten Querschnitte noch innerhalb der experimentellen Fehlergrenzen liegen (vgl. dazu die in Kap. IV durchgeführte Berechnung dieses Querschnitts sowie die dort durchgeführte Diskussion).

Ein Vergleich von λ_{exp} mit λ_3 zeigt andererseits, daß λ_3 im Gegensatz zur Erfahrung mit wachsender Energie ansteigt, so daß für Energien $E > 1$ MeV keine befriedigende Übereinstimmung mit den Experimenten vorliegt.

Die Diskrepanz zwischen λ_{exp} und λ_3 bei 1 MeV ist vorwiegend dadurch bestimmt, daß λ_3 mit dem

* Bei der Auswertung der Integrale wurde die Energieabhängigkeit von $\sigma(|\mathbf{f}|)$ vernachlässigt und $\sigma(|\mathbf{f}|)$ vor das Integral gezogen (vgl. GOLDBERGER¹⁹). Für $|\mathbf{f}|$ in $\sigma(|\mathbf{f}|)$ wird

dabei im folgenden derjenige Wert genommen, den man erhält, wenn man annimmt, daß die Nukleonen des Targetkernes relativ zum Schwerpunkt des Kernes ruhen.

größten von der Erfahrung geforderten Wert λ_{exp} übereinstimmt. Neben dieser etwas willkürlichen Wahl der Konstanten $\zeta = 0,03$ im bisherigen optischen Modell zeigt jedoch der Vergleich von λ_3 einerseits mit den Experimenten λ_{exp} , andererseits mit den berechneten freien Weglängen λ_2 , das der entscheidende Fehler der bisherigen optischen Theorie in dem mit der Energie ansteigenden Verlauf von $\lambda_3(E)$ gesehen werden muß. Die hier durchgeführten Überlegungen weisen alle darauf hin, daß $\zeta(E_L)$ eine mit der Energie ansteigende Funktion ist.

2. Der Einfluß der Oberflächenstruktur auf die Reaktionsquerschnitte

Im folgenden soll noch eine zweite Korrektur an dem bisherigen optischen Modell diskutiert werden: die Verwendung einer diffusen Oberfläche an Stelle der bisher verwendeten Kastenform für das optische Potential. Diese Korrektur ist ebenfalls geeignet, die Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment bei den Reaktionsquerschnitten zu verbessern, wie die folgende qualitative Diskussion zeigen wird⁴⁰. Die genaue⁴¹ quantitative Bestimmung der Reaktionsquerschnitte mit einer solchen Oberflächenkorrektur wird aber zeigen, daß die dadurch erreichte Verbesserung der theoretischen Werte allein nicht ausreicht, um die Experimente zu erklären.

Verwendet man ein allmählich abfallendes Potential, so hat dies zur Folge, daß die Reflexion gegenüber dem Kastenpotential verkleinert wird. Es können also mehr Neutronen in den Kern eindringen, wodurch die Reaktionsquerschnitte anwachsen. Nun ist die Differenz zwischen Theorie und Experiment derart, daß bei 1 MeV Übereinstimmung besteht, die experimentellen Werte aber dann mit der Energie stark ansteigen, während die theoretischen Daten (Abb. 1, 2, 3) im Mittel konstant bleiben. Genau dieser Fehler könnte aber durch die erwähnte Oberflächenkorrektur behoben werden: Je größer das Verhältnis der Oberflächenbreite zur Wellenlänge des Neutrons ist, um so stärker wird sich der Unterschied zwischen Kastenpotential und diffuser Oberfläche bemerkbar machen. Das heißt, daß bei kleinen Energien die diffuse Oberfläche keine Änderung der Querschnitte bewirken würde, daß sich aber mit zunehmender Energie des einfallenden

Neutrons der Einfluß der diffusen Oberfläche auf die Reflexion immer stärker bemerkbar machen würde.

Betrachten wir dazu den Durchlässigkeitskoeffizienten T , d. h. die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Neutron die Oberfläche des Kerns durchdringt, in Abhängigkeit von der Wellenzahl k des einfallenden Neutrons und der Breite b der diffusen Oberfläche, so ist entsprechend der oben durchgeführten Diskussion zwar

$$T(b > 0, k = 0) = T(b = 0, k = 0),$$

aber sicher

$$T(b > 0, k > 0) > T(b = 0, k > 0).$$

Das würde bedeuten, daß sich bei kleinen Energien praktisch nichts an den Ergebnissen des optischen Modells ändern würde, während die Compound-Querschnitte für höhere Energien bei einer ausgeglichenen Potentialschwelle größer ausfallen mußten als bei einem unstetigen Potentialsprung. Dies ist genau die Korrektur, die nötig wäre, um das optische Modell in Übereinstimmung mit der Erfahrung zu bringen.

Um diesen Effekt quantitativ einigermaßen übersehen zu können, betrachten wir das Potential⁴² Abb. 7

$$V(x) = -\frac{V_0}{1 + e^{-2x/d}}.$$

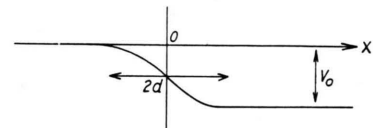


Abb. 7. Verlauf der Funktion $V(x) = -V_0/(1 + e^{-2x/d})$.

Ist wie üblich E die Energie des von links einfallenden Teilchens und

$$K^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} + \frac{2mV_0}{\hbar^2} = k^2 + K_0^2,$$

so folgt

$$T(d, k) = 1 - \left| \frac{\Im \sin[\pi/2 \cdot d(k+K)]}{\Im \sin[\pi/2 \cdot d(k-K)]} \right|^2;$$

für große Wellenlängen $\lambda \gg d$ erhält man natürlich die Formel für ein Kastenpotential

$$\lambda \gg d, \quad T \approx 1 - \left(\frac{k-K}{k+K} \right)^2.$$

⁴⁰ Die Verwendung einer diffusen Oberfläche hat sich ebenfalls als notwendig erwiesen zur Erklärung der Winkelverteilung der elastischen Protonenstreuung bei 20 MeV^{23, 24, 25}.

⁴¹ Vgl. dazu Kap. III.

⁴² Vgl. dazu S. FLÜGGE, Rechenmethoden der Quantentheorie, Berlin 1951.

Für die bei wirklichen Kernen auftretenden Werte $V_0 = 42$ MeV und $b = 2d = 2,8 \cdot 10^{-13}$ cm für die Oberflächenbreite erhält man die in Abb. 8 dargestellten Kurven.

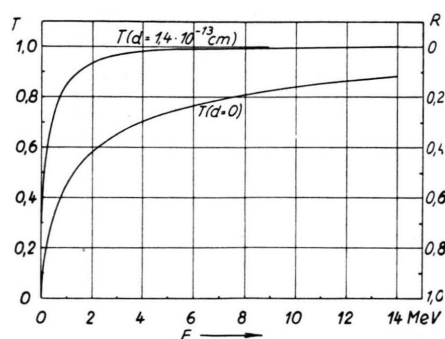


Abb. 8. Durchlässigkeitskoeffizienten T bei $d=0$ und $d=1,4 \cdot 10^{-13}$ cm.

Die Annahme einer mehr realistischen Oberflächenstruktur hätte also in der optischen Theorie vermutlich einen ähnlichen Effekt wie die Verwendung einer Absorptionskonstanten, die mit wachsender Energie ansteigt. In Wirklichkeit wird es natürlich so sein, daß beide Effekte zusammenwirken, aber es wird aus den bisherigen Experimenten kaum möglich sein, beide Einflüsse voneinander zu trennen. Die oben durchgeführten Bestimmungen von $\zeta(E_L)$ aus der Erfahrung sind stets mit einem optischen Modell gemacht worden, das einen scharfen Kernrand voraussetzt. Um nun umgekehrt den Einfluß der Oberfläche auf den Compound-Querschnitt zu untersuchen, soll jetzt mit einem festen, nicht von der Energie abhängigen Wert $\zeta = 0,03$ ein optisches Modell durchgerechnet werden, das im Gegensatz zu der bisherigen Theorie kein scharf abfallendes Kastenpotential besitzt, sondern ein stetig zum Rande abfallendes Potential.

Da das Kastenpotential in bezug auf die Oberfläche einen Extremfall darstellt, wollen wir dort die in der Kernphysik oft diskutierte Alternative des Oszillatorpotentials untersuchen, wobei jedoch nur im Innern des Korns $r < R$ ein Oszillatorpotential verwandt werden soll, derart, daß

$$V = \begin{cases} -V_0(1 - r^2/R^2)(1 + i\zeta) & r \leq R, \\ 0 & r > R. \end{cases} \quad (\text{II}, 6)$$

Für ein solches abgeschnittenes Oszillatorpotential sollen nach der oben angegebenen Methode σ_c -Querschnitte bestimmt werden. Es ist anzunehmen, daß die wirklichen Kerne Potentiale besitzen, die irgend-

wo zwischen diesen beiden Extremen – Oszillatorpotential und Kastenpotential – liegen.

Die Radialfunktion im Innern des Korns ($r < R$) und im äußeren ($r > R$) gehorcht dabei den SCHRÖDINGER-Gleichungen

$$\frac{d^2 u_l}{dr^2} + \left(k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} + \frac{2mV_0}{\hbar^2} \right) \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) (1 + i\zeta) u_l(r) = 0, \\ \frac{d^2 u_l}{dr^2} + \left(k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) u_l(r) = 0. \quad (\text{II}, 7)$$

Die Bezeichnungen sind dieselben wie bisher. (Vgl. Anhang I.)

Die zur Bestimmung des Compound-Querschnitts notwendigen Größen f_l berechnen sich aus den Lösungen der Wellengleichung im Innern des Korns. Führen wir zur Abkürzung ein

$$K^2 = k^2 + \frac{2mV_0}{\hbar^2} (1 + i\zeta), \\ \lambda^2 = \frac{2mV_0}{\hbar^2} (1 + i\zeta), \quad \mu = \frac{K^2}{2\lambda},$$

so gilt bei Berücksichtigung der Randbedingung $u_l(0) = 0$

$$u_l(r) = C r^{l+1} e^{-\lambda r^2/2} F\left\{ \frac{1}{2}(l + \frac{3}{2} - \mu), l + \frac{3}{2}; \lambda r^2 \right\},$$

wobei $F(a, c; t)$ die konfluente hypergeometrische Funktion ist. Für die

$$f_l = R \left[\frac{u_l'(r)}{u_l(r)} \right]_{r=R}$$

erhält man

$$f_l = (l+1) - X_0 - 2X_0 \frac{F'(X_0)}{F(X_0)},$$

wobei

$$F'(X_0) = \left[\frac{dF(a, c; t)}{dt} \right]_{t=X_0} \text{ ist.}$$

Um f_l in Real- und Imaginärteil zu zerlegen, beachten wir die Zerlegung von

$$X^2 = x^2 + X_0^2 \quad \text{in} \quad X = X_1 + iX_2$$

und erhalten $\mu = \mu_1 + i\mu_2$. Damit lassen sich die Zerlegungen von a und t in $a = a_1 + ia_2$ und $t = t_1 + it_2$ durchführen, während $c = l + \frac{3}{2}$ immer reell bleibt. Mit der im Anhang durchgeführten Rechnung liefert dies eine Zerlegung von

$$F \quad \text{in} \quad F = F_1 + iF_2$$

und von F' in $F' = F_1' + iF_2'$.

Führen wir zur Abkürzung die folgende Bezeichnung ein

$$p_1 = \frac{F_1(X_0) F_1'(X_0) - F_2(X_0) F_2'(X_0)}{F_1(X_0)^2 + F_2(X_0)^2}, \\ p_2 = \frac{F_1(X_0) F_2'(X_0) - F_1'(X_0) F_2(X_0)}{F_1(X_0)^2 + F_2(X_0)^2},$$

so sind Real- und Imaginärteil von f_l durch die beiden Beziehungen

$$\begin{aligned}\operatorname{Re} f_l &= (l+1) - t_1 + 2(t_1 p_1 - t_2 p_2), \\ \operatorname{Im} f_l &= -t_2 + 2(t_1 p_2 + t_2 p_1)\end{aligned}$$

gegeben. Ebenso wie beim Kastenpotential lassen sich jetzt die Querschnitte zur Bildung des Compound-Kerns nach der Formel

$$\sigma_c = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{4\pi R^2}{x^2} (2l+1) S_c \left[\frac{\operatorname{Im} f_l}{Ml^2 + Nl^2} \right]$$

bestimmen (Bezeichnungsweise nach Anh. I). Die Berechnung von $\sigma_c/\pi R^2$ wurde in Abhängigkeit von der Einfallenergie E_L im L-System wiederum für

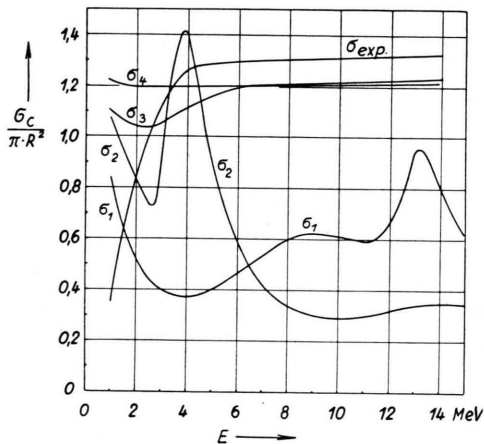


Abb. 9. ^{26}Fe ; $R = 1,45 \cdot 10^{-13} \text{ cm } A^{1/3}$.

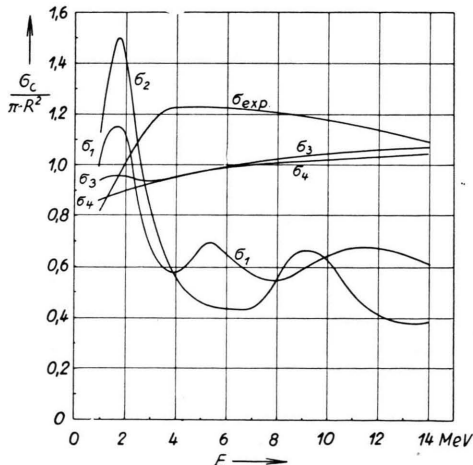


Abb. 10. ^{197}Au ; $R = 1,45 \cdot 10^{-13} \text{ cm } A^{1/3}$.

die drei untersuchten Kerne Fe, Au und Pb durchgeführt. Die Konstanten V_0 , R und ζ wurden ebenso gewählt wie beim Kastenpotential. Die entsprechen-

den Kurven für die Compound-Querschnitte sind in den Abb. 9, 10 und 11 dargestellt und im Unterschied zu den Kurven des Kastenpotentials mit σ_2 bezeichnet. Eine vergleichende Diskussion der gewonnenen Resultate mit den Experimenten und den übrigen theoretisch berechneten Querschnitten soll in Kap. III durchgeführt werden.

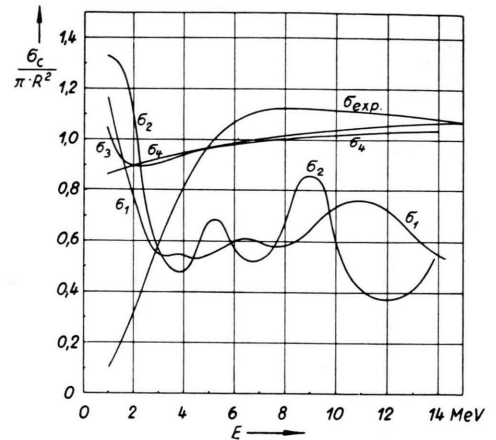


Abb. 11. ^{208}Pb ; $R = 1,45 \cdot 10^{-13} \text{ cm } A^{1/3}$.

III. Vergleich mit dem Experiment

Die bisher diskutierten Ansätze für das optische Kernmodell sollen nun an einigen Kernen mit dem Experiment verglichen werden. Wir führen diesen Vergleich wieder wie oben (Abb. 1, 2, 3) an den Kernen Fe, Au und Pb durch, und zwar in dem Energiegebiet von 1 bis 14 MeV (Abb. 9, 10, 11). Statt σ wird stets $\sigma/\pi R^2$ mit $R = 1,45 \cdot 10^{-13} \text{ cm } A^{1/3}$ aufgetragen werden. Die Genauigkeit der angegebenen σ_{exp} -Kurven schwankt zwischen 10 und 20% der angegebenen Werte.

Die σ_1 -Funktion weicht, wie schon oben bemerkt, in zwei wesentlichen Punkten von den experimentellen Werten ab: Einmal sind die theoretischen σ_1 -Werte gegenüber σ_{exp} viel zu klein, weiterhin zeigen sie außerordentlich starke Schwankungen (Giant-Resonanzen) während die experimentellen Kurven in diesem Energiebereich weitgehend monoton verlaufen. Lediglich bei 1 MeV scheinen bei den untersuchten Kernen die Verhältnisse anders zu liegen, da dort die theoretischen σ_1 -Werte größer als die experimentellen Werte sind. Dieser scheinbar systematische Fehler ist jedoch rein zufällig; die Konstanten V_0 , R und ζ wurden so gewählt, daß im Mittel über alle Kerne bei 1 MeV eine möglichst gute Übereinstimmung mit dem Experiment erzielt wurde. Bei

den hier speziell untersuchten Kernen Fe, Au und Pb liegen gerade die theoretischen Daten über den experimentellen, während es bei anderen Kernen genau umgekehrt ist.

Von diesem Gesichtspunkt aus wird sich auch eine andere Diskrepanz erklären lassen. Bei Fe und Pb steigen die experimentellen Werte von 1 MeV an, während bei den theoretischen Daten zunächst ein Abfall stattfindet. Dieser Fehler ist jedoch vermutlich darauf zurückzuführen, daß die theoretischen Absolutwerte bei Fe und Pb von den entsprechenden experimentellen Werten sehr stark abweichen. Bei Au nämlich, wo innerhalb der experimentellen Fehlergrenzen Übereinstimmung besteht, steigt zunächst auch die theoretische Querschnittskurve an und fällt erst später auf Grund der Resonanzstruktur der theoretischen Kurve ab. Es ist daher zu vermuten, daß auch bei Fe und Pb keine systematische Abweichung der Theorie vom Experiment vorliegt, sondern daß der Abfall der theoretischen Kurve bei 1 MeV auf die schlechte Anpassung der Absolutwerte von Theorie und Experiment zurückzuführen sein wird.

Die beiden Korrekturen zum optischen Modell, die Verwendung einer diffusen Oberfläche und die Berücksichtigung der Energieabhängigkeit der Absorptionskonstanten, sollen, wie bereits erwähnt, getrennt untersucht werden, um die Einflüsse der beiden Effekte auf die Querschnitte unabhängig voneinander betrachten zu können.

Die nach Gl. (II, 6) berechneten Werte σ_2 (mit einem Oszillatorpotential und schwacher Absorption $\zeta=0,03$) sind nun, wie zu erwarten, zu Beginn der Kurve größer als die entsprechenden Daten beim Kastenpotential (Gl. II, 1). Bei größer werdenden Energien macht sich aber eine so starke Giant-Resonanzstruktur der betreffenden Querschnitte bemerkbar, daß keine Verbesserung der Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment erreicht wird. Der zweifellos vorhandene Effekt einer kleineren Reflexion an einem Oszillatorpotential wird überdeckt von dem viel stärkeren Einfluß der großen Giant-Resonanzen, die sich in diesem Modell ergeben. Daher ist eine Korrektur der Oberfläche allein nicht ausreichend, um die Ergebnisse wesentlich zu verbessern.

Eine entscheidende Verbesserung der theoretischen Kurven läßt sich jedoch erzielen, wenn die in Kap. II, 1 diskutierte Energieabhängigkeit der Absorptionskonstanten in Betracht gezogen wird. Durch

Untersuchung der Energieabhängigkeit der mittleren freien Weglänge eines Neutrons im Kern wurde in Kap. II, 1 die Funktion $\lambda_2(E)$ bestimmt, bzw. die daraus folgende Absorptionskonstante $\zeta_2(E)$ (Abb. 5). Die mit dieser theoretisch berechneten Funktion $\zeta_2(E)$ und einem Kastenpotential bestimmten Querschnitte (vgl. Anh. II) sind für die drei untersuchten Kerne in Abb. 9, 10 und 11 angegeben und dort als σ_3 bezeichnet. σ_3 ist sowohl quantitativ als auch der Form nach (keine Giant-Resonanzen) in befriedigender Übereinstimmung mit den σ_{exp} -Kurven. Da die Abweichungen der beiden Kurven voneinander, besonders bei höheren Energien, meist innerhalb der experimentellen Fehlergrenzen bleiben, kann σ_3 als eine befriedigende theoretische Erklärung der Experimente angesehen werden.

Um abzuschätzen, wie weitere Veränderungen der freien Weglänge die Querschnitte beeinflussen können, soll noch kurz der Extremfall völliger Absorption diskutiert werden (schwarzer Kern; sog. Kontinuumtheorie⁴, entspricht einer beliebig kleinen freien Weglänge). An sich steht die Kontinuumtheorie sonst nicht mehr zur Diskussion, da sie sich bei kleineren Energien $E < 3$ MeV besonders bei den totalen Querschnitten σ_t als unbrauchbar erwiesen hat. Sie soll hier nur als Extremfall untersucht werden, der sonst nicht weiter interessiert. Die Querschnitte sind mit σ_4 bezeichnet.

Die Querschnittskurve σ_4 ist infolge der extrem starken Dämpfung völlig monoton und ohne Giant-Resonanzen. Es ist bemerkenswert, daß besonders bei höheren Energien ($E > 8$ MeV) kein wesentlicher Unterschied zwischen σ_3 und σ_4 festgestellt werden kann. Die Ergebnisse sind also in diesem Gebiet von der speziellen Wahl der Theorie, d. h. also Kontinuumtheorie oder optisches Modell, nicht mehr besonders abhängig. Insbesondere sieht man, daß eine weitere Vergrößerung von ζ die Ergebnisse in diesem Energiebereich kaum beeinflussen würde.

Die noch vorhandenen Differenzen zwischen dem Mittelwert der experimentellen Querschnitte σ_{exp} und den eben diskutierten Kurven σ_3 und σ_4 , die darin bestehen, daß bei großen Energien σ_{exp} noch etwas größer als σ_3 und σ_4 ist, sind daher durch weitere Veränderungen der freien Weglängen nicht zu beseitigen. Allerdings ist fraglich, ob eine solche Korrektur überhaupt sinnvoll ist, da die genannten σ_3 - und σ_4 -Kurven bereits innerhalb der experimentellen Fehlergrenzen liegen.

Es wäre jedoch möglich, die Ergebnisse noch bes-

ser einander anzupassen, etwa durch geeignetere Wahl des Kernradius. Es war hier stets wie in (5) $R = 1,45 \cdot 10^{-13} \text{ cm } A^{1/3}$ angenommen worden. Solange jedoch die experimentellen Fehlergrenzen noch so groß sind, hat es wenig Sinn, durch Variation des Radius die Theorie zu modifizieren. Aus diesem Grund ist hier auch davon abgesehen worden, die beiden bisher getrennt behandelten Effekte, die diffuse Oberfläche und die energieabhängige Absorptionskonstante, gemeinsam bei der Berechnung der Querschnitte zu berücksichtigen, da die Veränderungen der σ_3 -Kurven vermutlich zu unwesentlich sind, als daß an Hand des experimentellen Materials eine Aussage über die notwendige Oberflächenkorrektur gemacht werden könnte.

Herrn Prof. W. HEISENBERG möchte ich für sein ständiges Interesse am Entstehen dieser Arbeit sowie für zahlreiche anregende und fördernde Unterhaltungen vielmals danken.

Weiterhin danke ich für wertvolle Diskussionen Herrn Dr. G. LÜDERS, Herrn F. MEDINA und Herrn Dr. G. SÜSSMANN.

Herrn Prof. L. BIERMANN danke ich für die Möglichkeit, die elektronische Rechenmaschine G 1 für die numerischen Rechnungen zu benutzen.

Anhang I

Die Berechnung der Querschnitte nach dem optischen Modell

Wir zerlegen den totalen Querschnitt σ_t in zwei Anteile

$$\sigma_t = \sigma_e + \sigma_r,$$

wobei σ_e (elastischer Querschnitt) alle Prozesse umfaßt, bei denen der Kern nach dem Stoß in demselben Zustand ist wie vor dem Stoß, und σ_r (Reaktionsquerschnitt) alle übrigen Prozesse umfaßt. Die Berechnung der Querschnitte soll wie üblich^{4, 5, 6, 7} unter den vereinfachenden Annahmen durchgeführt werden, daß

1. der Spin des Targetkernes und der des einfallenden Neutrons Null ist,
2. sich eine Stelle $r=R$ angeben läßt, von der ab für $r > R$ zwischen dem einfallenden Neutron und dem Targetkern keine Wechselwirkungen mehr stattfinden.

Aus den asymptotischen Darstellungen der ein- und auslaufenden Wellen erhält man dann in bekannter Weise⁴

$$\sigma_e^{(l)} = \pi \lambda^2 (2l+1) |1 - \eta_l|^2, \quad \Sigma \sigma_e^{(l)} = \sigma_e, \\ \sigma_r^{(l)} = \pi \lambda^2 (2l+1) (1 - |\eta_l|^2), \quad \Sigma \sigma_r^{(l)} = \sigma_r,$$

wobei $\sigma_e^{(l)}$ und $\sigma_r^{(l)}$ die zu der Drehimpulsquantenzahl l gehörigen Partialquerschnitte darstellen. Die komplexen Größen η_l sind dabei abhängig von den Annahmen, die

man über die Natur des Streuzentrums macht, und weiterhin von der Energie des einfallenden Neutrons, so daß also $\eta_l(E)$ eine Funktion der Energie E ist.

Mit der Wellenfunktion $u_l(r)$ (l =Drehimpulsquantenzahl) im Inneren des Korns ($r < R$) bilden wir

$$f_l \equiv R \left[\frac{u_l'(r)}{u_l(r)} \right]_{r=R}.$$

Im Außenraum $r > R$ zerlegen wir $u_l(r)$ in ein- und auslaufende Wellen

$$u_l(r) = u_l^{(+)}(r) + u_l^{(-)}(r)$$

und bilden damit

$$f_l^{(+)} \equiv R \left[\frac{u_l^{(+)'}(r)}{u_l^{(+)}(r)} \right]_{r=R}, \quad f_l^{(-)} \equiv R \left[\frac{u_l^{(-)'}(r)}{u_l^{(-)}(r)} \right]_{r=R}, \\ e^{2i\xi_l} = \frac{u_l^{(+)}(R)}{u_l^{(-)}(R)}.$$

Es gilt dann zwischen diesen Größen und η_l die Beziehung

$$\eta_l = \frac{f_l - f_l^{(-)}}{f_l - f_l^{(+)}} e^{2i\xi_l}.$$

Mit $f_l^{(\pm)} = \Delta_l \pm i s_l$ erhält man für die Partialquerschnitte

$$\sigma_e^{(l)} = \pi \lambda^2 (2l+1) \left| \frac{2 i s_l}{(\Re f_l - \Delta_l) + i(\Im f_l - s_l)} + e^{-2i\xi_l} - 1 \right|^2, \\ \sigma_r^{(l)} = \pi \lambda^2 (2l+1) \frac{-4 s_l \Im f_l}{(\Re f_l - \Delta_l)^2 + (\Im f_l - s_l)^2}.$$

Die Wellenfunktionen in $r > R$ und damit die s_l und Δ_l sind durch bekannte Funktionen (BESSEL- und NEUMANN-Funktionen) darstellbar. Wegen der weitgehend unbekannten Verhältnisse im Kerninneren ist dies für die f_l keineswegs der Fall. Die f_l und damit auch die η_l sind im allgemeinen sehr komplizierte und rasch veränderliche Funktionen der Energie des einfallenden Teilchens. Die Schwankungen der Funktion $\eta_l(E)$ rühren her von den zahlreichen Resonanzen des betrachteten Kernes. Wegen der Kompliziertheit von $\eta_l(E)$ wird es daher auch schwer sein, ein geeignetes Kernmodell so zu entwerfen, daß sich die Funktionen η_l daraus berechnen lassen. Andererseits sind die experimentellen Bestimmungen von σ_t , σ_r und σ_e für höhere Energien ($E > 1 \text{ MeV}$) keineswegs so genau, daß sich eine Trennung aller Resonanzen durchführen ließe. Infolgedessen erscheint es sinnvoll, einen Mittelwert zu definieren⁵, derart, daß über ein Intervall I gemittelt wird, in dem sich noch genügend viele Resonanzen befinden

$$\bar{\eta}_l = \frac{1}{I} \int_{E-I/2}^{E+I/2} \eta_l(\varepsilon) d\varepsilon.$$

Entsprechend bilden wir die gemittelten Querschnitte $\sigma_e^{(l)}(E)$ und $\sigma_r^{(l)}(E)$. Der elastische Querschnitt zerfällt dabei in zwei Anteile, den „formelastischen“ Querschnitt⁴³

⁴³ „formelastisch“ wird hier als Übersetzung von „shape-elastic“ verwendet.

$$\sigma_{fe}^{(l)} = \pi \lambda^2 (2l+1) |1 - \bar{\eta}_l|^2$$

(derjenige Teil des elastischen Querschnitts, bei dem kein Compound-Kern gebildet wird) und den „compoundelastischen“ Querschnitt

$$\sigma_{ce}^{(l)} = \pi \lambda^2 (2l+1) \{ |\bar{\eta}_l|^2 - |\eta_l|^2 \}$$

(der Teil des elastischen Querschnitts, bei dem ein Compoundkern gebildet wird).

Eine entsprechende Zerlegung von $\bar{\sigma}_r$ gewinnt man durch

$$\bar{\sigma}_r = \sigma_c - \sigma_{ce},$$

wobei σ_c der Querschnitt zur Bildung des Compound-Kernes ist.

σ_{fe} und σ_c hängen jetzt in derselben Weise von $\bar{\eta}_l$ ab, wie früher σ_r und σ_e von η_l . Man erhält also durch Ersetzung von η_l durch $\bar{\eta}_l$ ein neues Problem, das sog. Groß-Struktur-Problem. $\bar{\eta}_l$ wird im Gegensatz zu η_l eine verhältnismäßig glatte Funktion sein und wird sich nur in großen Energieintervallen merklich ändern. Solche Änderungen, die im Großen wieder resonanzartigen Charakter haben, lassen sich experimentell an den (gemittelten) Querschnitten beobachten (sog. Giant-Resonanzen).

Ein Modell für diese Großstruktur ist von FESHBACH, PORTER und WEISSKOPF⁵ angegeben worden. Die aus einem komplexen Potential

$$V(r) = V_1(r) + i V_2(r)$$

berechneten Werte von $\eta_l = \eta_l^{\text{opt}}$ sollen identifiziert werden mit $\bar{\eta}_l$

$$\eta_l^{\text{opt}} \equiv \bar{\eta}_l \quad (\text{optisches Kernmodell}).$$

Damit lassen sich aus der Kenntnis von $V(r)$ die optischen Querschnitte $\sigma_e^{\text{opt}}(E)$ und $\sigma_r^{\text{opt}}(E)$ berechnen und mit der oben gegebenen Interpretation des optischen Modells auch $\sigma_{fe}(E)$ und $\sigma_c(E)$. Da das Modell wegen $\eta_l^{\text{opt}} = \bar{\eta}_l$ nur eine Aussage über $\bar{\eta}_l$ liefert, ist es nicht möglich

$$\sigma_{ce}^{(l)} = \pi \lambda^2 (|\bar{\eta}_l|^2 - |\eta_l|^2)$$

zu bestimmen. Das macht bei einem Vergleich mit dem Experiment eine gewisse Schwierigkeit: Das Modell gestattet σ_{fe} und σ_e zu berechnen, aber wegen der Unkenntnis von σ_{ce} ist dies für σ_r und $\bar{\sigma}_e$ nicht möglich. Experimentell sind andererseits nur $\bar{\sigma}_r$ und $\bar{\sigma}_e$ bekannt. Man muß daher stets

$$\bar{\sigma}_e \quad \text{mit} \quad \sigma_{fe} = \bar{\sigma}_e - \sigma_{ce}$$

$$\text{und} \quad \bar{\sigma}_r \quad \text{mit} \quad \sigma_c = \bar{\sigma}_r + \sigma_{ce}$$

vergleichen. Das ist nur sinnvoll, solange σ_{ce} klein gegenüber den anderen Querschnitten ist. Es ist anzunehmen, daß dies bei großen Energien⁴⁴ und schweren Kernen der Fall ist^{5, 6}.

⁴⁴ $E > 1 \text{ MeV}$.

Anhang II

Die Berechnung der σ_c -Querschnitte bei einem Kastenpotential

Nach Anh. I benötigt man zur Berechnung von σ_c die Größen f_l . Für den hier diskutierten Fall ist (vgl. dazu Anm. ^{5, 6, 7})

$$f_l = R \left[\frac{u'_l(r)}{u_l(r)} \right]_{r=R} = 1 + X \frac{j'_l(X)}{j_l(X)},$$

wobei als Abkürzung

$$X^2 = x^2 + X_0^2, \quad x^2 = (kR)^2, \quad X_0^2 = \frac{2MV_0}{\hbar^2} (1 + i\zeta) R^2$$

gesetzt wurde. k ist die Wellenzahl des einfallenden Neutrons im Schwerpunktsystem und ist mit der Energie durch $E = k^2 \hbar^2 / 2m$ verbunden. M ist die reduzierte Masse von Neutron und Kern, $j_l(X)$ ist die sphärische BESSEL-Funktion, $j'_l(X)$ die entsprechende Ableitung. Zerlegen wir X in $X = X_1 + iX_2$, so zerfällt f_l in Real- und Imaginärteil. Es ist

$$\begin{aligned} \text{Re } f_0 &= \frac{X_1 \sin 2X_1 + X_2 \sin 2X_2}{\cos 2X_2 - \cos 2X_1}, \\ \text{Im } f_0 &= \frac{X_2 \sin 2X_1 - X_1 \sin 2X_2}{\cos 2X_2 - \cos 2X_1}. \end{aligned}$$

Für die höheren Drehimpulswerte berechnen sich die f_l nach der Rekursionsformel

$$\begin{aligned} \text{Re } f_l &= \frac{(X_1^2 - X_2^2)(l - \text{Re } f_{l-1}) - 2X_1 X_2 \text{Im } f_{l-1}}{(1 - \text{Re } f_{l-1})^2 + (\text{Im } f_{l-1})^2}, \\ \text{Im } f_l &= \frac{(X_1^2 - X_2^2) \text{Im } f_{l-1} + 2X_1 X_2 (l - \text{Re } f_{l-1})}{(1 - \text{Re } f_{l-1})^2 + (\text{Im } f_{l-1})^2}. \end{aligned}$$

Führen wir weiter zur Abkürzung

$$M_l = s_l - \text{Im } f_l, \quad N_l = -\Delta_l + \text{Re } f_l$$

ein, wobei s_l und Δ_l entsprechend den Gleichungen

$$f_l^{(+)} = \Delta_l + i s_l, \quad f_l^{(-)} = \Delta_l - i s_l$$

definiert sind und durch die Wellenfunktionen im Gebiet $r > R$ gegeben sind, so erhält man für den Querschnitt zur Bildung des Compound-Kerns

$$\sigma_c = \sum_{l=0}^{\infty} 4 \frac{\pi R^2}{x^2} (2l+1) \left[\frac{\text{Im } f_l}{M_l^2 + N_l^2} \right].$$

Anhang III

Die konfluente hypergeometrische Reihe

$$F(a, c; t) = 1 + \frac{a}{c} t + \frac{a(a+1)}{c(c+1)} \frac{t^2}{2!} + \dots$$

ist für beliebige Komplexe a und c und in der ganzen t -Ebene konvergent. Wir zerlegen F in Real- und Imaginärteil:

$$F(a, c; t) = F_1 + i F_2.$$

Für F_1 und F_2 sind dann geeignete Reihenentwicklungen gesucht.

Da c immer reell ist, genügt es, a und t zu zerlegen:

$$a = a_1 + i a_2, \quad t = t_1 + i t_2.$$

Dann läßt sich herleiten, daß

$$F_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n, \quad F_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \beta_n,$$

wobei

$$\alpha_0 = 1, \quad \beta_0 = 0$$

und die höheren Glieder sich durch die Rekursionsformeln

$$\alpha_{n+1} = \left\{ \frac{(a_1+n)t_1 - a_2 t_2}{(c+n)(n+1)} \right\} \alpha_n - \left\{ \frac{(a_1+n)t_2 + a_2 t_2}{(c+n)(n+1)} \right\} \beta_n,$$

$$\beta_{n+1} = \left\{ \frac{(a_1+n)t_2 + a_2 t_1}{(c+n)(n+1)} \right\} \alpha_n - \left\{ \frac{(a_1+n)t_1 - a_2 t_2}{(c+n)(n+1)} \right\} \beta_n$$

berechnen lassen.

Die Ableitung

$$\frac{dF}{dt} = F_1' + i F_2' = F'(t)$$

läßt sich mit der Beziehung

$$F'(a, c; t) = \frac{a}{c} F(a+1, c+1; t)$$

bestimmen, woraus die Zerlegung in F_1' und F_2' mit den obigen Formeln gewonnen werden kann.

Die Berechnungen der Größen F_1 , F_2 , F_1' und F_2' sind nach der dargestellten Methode durch Aufsummierung der Reihen für F_1 , F_2 und für F_1' und F_2' durchgeführt worden. Wegen der schlechten Konvergenz der Reihen in den ersten Gliedern mußten jeweils etwa 20 Glieder berücksichtigt werden, bis eine vorgeschriebene Genauigkeitsschranke von 0,1% erreicht war.

NOTIZEN

Messung der Neutronentemperatur in Graphit

Von M. KÜCHLE

Max-Planck-Institut für Physik, Göttingen

(Z. Naturforschg. **11 a**, 676—677 [1956]; eingegangen am 2. Juli 1956)

Zur Messung der Neutronentemperatur wurde die Transmissionsmethode in der von BRANCH vorgeschlagenen Variante benutzt¹: Eine durch Neutroneneinfang aktivierbare Folie wird zwischen zwei $1/v$ -Absorber eingeschlossen und im Streumedium untergebracht. Das Verhältnis

Aktivierung der zwischen Absorber eingeschlossenen Folie
Aktivierung der Folie ohne Absorber

wird gemessen und als Funktion der Neutronentemperatur berechnet. Dabei hat BRANCH ein isotropes Neutronenfeld vorausgesetzt. Dies ist gleichbedeutend mit der Gültigkeit der Diffusionstheorie, sofern man den Mittelwert aus der Aktivität beider Seiten der Folie mißt.

Es wurden kreisscheibenförmige In-Folien von 9 mm Radius und 0,1 mm Dicke verwendet. Um Randeffekte auszuschalten, war die Folie von einem 3 mm breiten In-Ring gleicher Dicke umgeben. Als Absorber dienten Goldfolien von 0,2 mm Dicke und 12 mm Radius.

Bei der Berechnung der Aktivität wurde im Gegensatz zu BRANCH neben der endlichen Dicke der Absorber auch diejenige der In-Folie berücksichtigt. Die Elektronenabsorption in der Folie kann dabei vernachlässigt werden. Der Neutronenstreuung im Goldabsorber wurde Rechnung getragen.

Die Elimination der epithermischen Aktivierung geschah durch eine Cd-Differenzmessung. Die Schwächung der epithermischen Aktivierung durch das Cadmium wurde berechnet und die Rechnung zur Kontrolle mit Messungen bei verschiedenen Cd-Dicken verglichen.

Zur Bestimmung des Korrekturfaktors für die Akti-

vierungsstörung konnte die von MEISTER angegebene empirische Formel benutzt werden². Bei genügend homogenem Neutronenfeld wurde die Sonde aber im Zentrum einer Hohlkugel von 10 cm Radius untergebracht, wodurch die Aktivierungsstörung kleiner als 10/100 wird und keine Korrektur notwendig ist.

Die Ergebnisse der Messungen sind in der folgenden Tabelle zusammengefaßt:

Anordnung	$\frac{\Phi_{th}}{\Phi_{ep}}$	$T [^{\circ} K]$
1. Graphitquader $189 \times 189 \times 197$ cm, zwei 500 mC Ra-Be-Quellen in der vertikalen Pileachse, etwa 20 cm von der Grundfläche bzw. Deckfläche entfernt.		
a) Sonde im Mittelpunkt einer Hohlkugel vom Radius $R=10$ cm im Zentrum des Quaders.	137	307 ± 8
b) Sonde in 54 cm Abstand von der vertikalen Achse des Quaders.	328	285 ± 20
2. Graphitquader $99 \times 108 \times 134$ cm, zwei 500 mC Ra-Be-Quellen in der vertikalen Pileachse, etwa 16 cm von der Grundfläche bzw. Deckfläche entfernt. Sonde im Mittelpunkt einer Hohlkugel ($R=10$ cm) im Zentrum des Quaders.	28	336 ± 5
3. Graphitkubus 91 cm Kantenlänge, eine 500 mC Ra-Be-Quelle im Mittelpunkt des Kubus. Sonde 25 cm darüber; kein Hohlraum.		
a) Graphitkubus von 30 cm Paraffin umgeben.	18	334 ± 16
b) Zwischen Graphitkubus und Paraffinmantel eine 1 mm dicke Cd-Schicht.	13	360 ± 19
c) Kubische, thermische Flächenquelle durch Differenzbildung aus 3 a) und 3 b).	∞	282 ± 22

¹ G. M. BRANCH, Atomic Energy Commission MDDC, 747 [1946].

² H. MEISTER, Z. Naturforschg. **10 a**, 669 [1955].